

Prof. Dr. Alfred Toth

Peirce-Zahlen und Morphismen

1. Wie üblich (vgl. z.B. Toth 2008), unterscheiden wir zwischen triadischen (tdP) und ntrichotomischen Peirce-Zahlen (ttP):

$$\text{tdP} = \{1., 2., 3.\}$$

$$\text{ttP} = \{.1, .2, .3\}$$

Damit haben wir also

$$\text{tdP} \times \text{ttP} = \text{ZR} = \{.1., .2., .3.\}.$$

2. Nun ist (vgl. z.B. Toth 1993, S. 21 ff.):

$$\alpha := 1. \rightarrow 2. = 1.2$$

$$\beta := 2. \rightarrow 3 = 2.3$$

$$\beta\alpha = 1. \rightarrow 3. = 1.3$$

Allerdings sind Subzeichen der Form (a.b) nur ein Spezialfall unter 4:

a.b

.ab

ab.

a..b,

wobei $a.b \neq a..b$, denn $a..b = J(a, b)$, also die Juxtaposition der Primzeichen a und b, während a.b das kartesische Produkt aus a. und .b ist und die ersten drei Fälle als Kompositionen bezeichnet werden können.

3. Mit Hilfe der „klassischen“ semiotischen Kategorientheorie können wir also streng genommen nicht einmal kartesische Produkte bilden, denn

$$a \times b = a. \times .b \neq a. \times b. \neq .a \times .b.$$

Was wir ebenfalls nicht entscheiden können, ist, ob auch

$$.a \rightarrow .b := \alpha$$

gilt und wir somit eine Doppeldeutigkeit

$$\alpha := \left\{ \begin{array}{l} (a. \rightarrow b.) \\ (.a \rightarrow .b) \end{array} \right.$$

haben (oder ob gar $(a. \rightarrow b.)$ falsch ist).

4. Definieren wir mit Freyd und Scedrov (1989, S. 3):

$$\square x := \text{dom}(x)$$

$$y \square := \text{codom}(y)$$

xy := Komposition von x und y

$$xy \text{ gdw } x \square = \square y,$$

dann haben wir also die folgenden morphismischen Entsprechung der Kompositionen semiotischer Objekte:

$$1.1 = x \square y$$

$$.11 = \square xy$$

$$11. = xy \square \square$$

$$1..1 = x \square \square y,$$

wobei der letzte Fall (1..1) bereits als Juxtaposition, die übrigen Fälle dagegen als echte kategorientheoretische Kompositionen behandelt wurden.

4.1. Fall (1.1)

Auch dieser Fall ist Doppeldeutig, denn es kann sich in Benses Terminologie um (1) die Semiose ($1 \rightarrow 1$) oder (2) um die Retrosemiose ($1 \leftarrow 1$) handeln. Im ersten Fall liegt mit Kaehr ein Morphismus, im zweiten Fall ein Heeromorphismus vor:

$$(1.1) =: (1. \rightarrow .1) = \text{id}_{\rho\lambda} (= \text{id}^{\rightarrow})$$

$$(1.1) =: (1. \leftarrow .1) = \text{id}_{\lambda\rho} (= \text{id}^{\leftarrow})$$

4.2. Fall (.11)

$$(.11) = (.1 \rightarrow .1) = (.1 \leftarrow .1) = \text{id}_{\lambda\lambda}$$

4.3. Fall (11.)

$$(11.) = (1. \rightarrow 1.) = (1. \leftarrow 1.) = \text{id}_{\rho\rho}$$

Bibliographie

Frey, Peter/Scedrov, Andre, Categories, Allegories. New York 1989

Toth, Alfred, Kleine Peirce-Zahlen-Arithmetik. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Kl.%20Peirce-Z-Arithm..pdf> (2008)

21.11.2010